ECONOMICS AND ADMINISTRATIVE STUDIES JOURNAL (EASJ)

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

دراسة محاكاة لمقارنة بعض طرائق التقدير لأنموذج الانحدار المقسم ذو نقاط تغيير متعددة

A simulation study to compare some estimation methods for the multiple change points segmented regression model

م.م محمد أحمد عباس *
ديوان الوقف السني/ دائرة التعليم الديني والدراسات الإسلامية، العراق

Assistant teacher Muhammed Ahmed Abbas *
Sunni Endowment Office/ Department of Religious Education and Islamic Studies, Iraq

تاريخ الاستلام: 2023/2/18 تاريخ القبول: 2023/4/20 تاريخ النشر: 2023/5/28

Received: 18/2/2023 Accepted: 20/4/2023 Published: 28/5/2023

المستخلص :

يعتبر الانحدار المقسم من الوسائل الاحصائية التي تستخدم لتمثيل ونمذجة الظواهر التي تمر بعدة مراحل انتقالية. ويعتمد المفهوم الاساسي للانحدار المقسم على وجود نقطة معينة في المتغير التوضيحي تدعى بـ (نقطة التغيير)، وتكون هذه النقطة مشتركة ومستمرة بين اطراف كل مرحلتين انتقاليتين متتاليتين. تم في هذا البحث التعامل مع انموذج الانحدار المقسم ذو نقاط تغيير متعددة، وتم استخدام مقدر الامكان الاعظم (MLE) وطريقتي الاوزان التكرارية الحصينة (IRWm)، (IRWs)لتقدير معلمات الانموذج ونقاط التغيير والمقارنة بين هذه الطرائق لاختيار الطريقة الامثل بينها. إذ تم انشاء عملية محاكاة بعدة سيناريوهات وباحجام مختلفة من العينات ونسب تلوث(قيم شاذة)(0% ,5% ,10% ,15%) لإجراء عملية المقارنة وإيجاد الطريقة الامثل للتقدير. واظهرت نتائج المحاكاة بعد اتمام عملية المقارنة باستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE)كفاءة طريقة الاوزان التكرارية (IRWm)عند وجود نسب تلوث في البيانات وكفاءة طريقة الامكان الاعظم (MLE) عندما تكون البيانات لا تحتوي على أي نسبة تلوث.

المصطلحات الرئيسية للبحث: الانحدار المقسم، نقاط التغيير المتعددة، الاوزان التكرارية الحصينة، تقنية المعالجة الخطية، دراسة المحاكاة.

Abstract:

Segmented regression is one of the statistical methods that are used to represent and model phenomena that go through several transitional stages. The basic concept of segmented regression depends on the presence of a certain point in the explanatory variable called (change point), and this point is shared and continuous between the ends of each two Consecutive transitional stages.In this research, the segmented regression model with multiple change points will be dealt with. the maximum likelihood estimator (MLE) and the two methods of robust repetitive weights (IRWm), (IRWs) will be used to estimate the model parameters and change points and then compare between these methods to choose the best method between them.A simulation process will be created with several scenarios, with different sample sizes and contamination rates (Outliers values) (15%, 10%, 5%, 0%) to Procedure the comparison process and find the best method for estimation.The simulation results, after completing the comparison process using the comparison standard, mean squared error (MSE), showed the efficiency of the Iterative Weights method (IRWm) when there were contamination rates in the data, and the efficiency of the maximum likelihood method (MLE) when the data did not contain any contamination.

*Corresponding Author email: Muhammed202@yahoo.com

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

Keyword: segmented regression, multiple change points, Robust iterative weights, linear reparameterization technique, simulation study.

1- المقدمة

تعد نماذج الانحدار المقسم (Segmented regression models) احد الوسائل الاحصائية التي تستخدم بشكل شائع لنموذجة انواع معينة من الظواهر أو العلاقات غير الخطية (non linear) بين متغيري الاستجابة والتوضيحي التي تمر بمراحل انتقالية (Transition) أو تغيير في نمط بيانات المتغير التوضيحي، ويمكن تمثيلها بيانياً بعدة خطوط مستقيمة. ويرتبط كل خط مستقيم بالخط الذي يليه بنقطة مشتركة تسمى هذه النقطة بنقطة الربط (joint) أو التغيير (change) أو العتبة (threshold)، وموقع هذه النقطة ضمن قيم المتغير التوضيحي. وتعد هذه النقطة ذات أهمية كبيرة لأنها تمثل تغيير أو نقلة في نمط البيانات, وبسببها يتغير شكل الدالة للأنموذج.ويطلق احياناً على انموذج الانحدار المقسم بأنموذج الانحدار متعدد الاطوار "multiphase " (Lu & Chang, 2020) أو انموذج الانحدار متعدد المراحل "multistage" (Roslyakova, 2017) أو انموذج انحدار العتبة "Threshold " (Shi, Li, & Wan, 2018) أو انحدار متعدد الاقسام "segmented multivariate " (Liu, Wu, & Zidek, 1997). وتم التركيز في هذا البحث على أنموذج الانحدار المقسم ذو نقاط تغيير متعددة "Multiple change point segmented regression model " والذي يحتوي على نقاط تغيير في مناطق أو مواقع مختلفة في المتغير التوضيحي ولكنه مستمر عند هذه النقاط.

توجه العديد من الباحثين إلى استخدام نماذج الانحدار المقسم في الادبيات ومنهم:
(Hudson, 1966)، (Gallant & Fulle, 1973)، (Muggeo, 2003) وغيرهم، وتعد أساليب هؤلاء الباحثين من الاساليب التقليدية التي تستخدم عندما تكون البيانات لا تحتوي على قيم شاذة (Outliers values) أو عندما تتبع البواقي التوزيع الطبيعي. لذا عالج بعض الباحثين مشكلة وجود القيم الشاذة في البيانات التي يمكن أن تؤثر على دقة تقدير معلمات الانموذج وقاموا بإيجاد طرائق حصينة تعالج هذه المشكلة.

فقد اقترح الباحثان (Zhang & Li, 2017)المقدر المستند إلى الرتب "rank-based estimator " الحصين لانحدار الخط المنحني (bent line regression) مع نقطة تغيير واحدة غير معلومة. وقدم الباحثان (Ali & Abbas, 2019) مقدر حصين جديد (IRWm) لتقدير نقطة التغيير (نقطة واحدة) في انموذج الانحدار الخطي المقسم وذلك بتوظيف تقنية مقدر M الحصين ضمن نهج (Muggo) التقليدي، وبعد ذلك قدم الباحثان (Ali & Abbas, 2020) مقترح اسلوب (IRWS) الحصين لتقدير انموذج الانحدار المقسم ذو نقطة تغيير واحدة باستخدام (توظيف) تقنية S الحصينة ضمن نهج (Muggo)، وقام الباحث (Ali O. A., 2020) بإجراء مقارنة بين طرائق حصينة مقترحة لتقدير نقطة العتبة لانموذج الانحدار متعدد الاطوار وقد اثبت كفاءة طريقة المقدر الهجين (Hybrid) المقترحة باستخدام خوارزمية (ad-hoc) للتغلب على القيم الشاذة.

وقد تم في هذا البحث استخدام الطرائق المقترحة من الباحثان (Ali & Abbas) وطريقة (Muggo) التقليدية في انموذج الانحدار المقسم ذو **نقاط تغيير متعددة** والمقارنة بين هذه الطرائق في دراسة محاكاة بسيناريوهات متعددة واحجام عينة مختلفة ومستوى تلوث (0%, 5%, 10%, 15%)، ومن ثم اجراء مقارنة هذه الطرائق لاختيار الطريقة الامثل لتقدير معلمات انموذج الانحدار المقسم الذي يحتوي على نقاط تغيير متعددة وايضاً تقدير هذه النقاط.

2- الجانب النظري

2-1وصف الانموذج:

في بعض التطبيقات لا يمكن وصف التجارب بدالةمعلميه واحدة في مجال التحليلبأكمله،ولنمذجة مثل هذا السلوك المعقد من الضروري النظر في نماذج الانحدار التي لها شكل تحليلي مختلف(ذات مراحل او مجالات متعددة)،وتسمى نماذج الانحدار من هذا النوع نماذج الانحدار المقسم (segmented regression models)، أي أننا نلاحظ البيانات من نموذج الانحدار غير الخطي التالي:

(Roslyakova, 2017)

$$y_i = f(x_i; B, \tau) + \epsilon_i, \qquad i = 1,2, \dots\dots, n \qquad \dots (1)$$

إذ أن:

y_i : المتغير التابع.

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

x_i : المتغير المستقل.

f : دالة الانحدار.

B : متجه معلمات الانحدار التي يجب تقديرها.

ϵ_i: الأخطاء العشوائية.

τ : متجه نقاط التغيير(غير معلومة) بين الدوال الفرعية وتكون ضمن قيم x_i.

و تحدد صيغة دالة الانحدار المقسم لـ r من الاقسام وفق الصيغة: (Roslyakova, 2017)

$$f(x_i; B, \tau) = \begin{cases} f_1(x: \beta_1) x_1 \le x \le \tau_1 \\ f_2(x: \beta_2) \tau_1 < x \le \tau_2 \\ \vdots \\ f_r(x: \beta_r) \tau_{r-1} < x \le x_n \end{cases} \quad \dots . (2)$$

إذ ان:

$f_j(x: \beta_j)$: هي نماذج انحدار فرعية وخطية مع معلمات غير معلومة β_j , $j = 1,2, \dots, r$

حيث تعرف الدالة $f(x_i; B, \tau)$ في الصيغة رقم (2) بأنها دوال فرعية $f_j(x: \beta_j)$ مختلفة ضمن فترات مختلفة $[\tau_{j-1}, \tau_j]$، وان نقاط نهاية هذه الفترات غير معلومة ويجب تقديرها، وهي نقاط تربط كل دالة فرعية بالدالة التي تليها وعادة ما تكون هذه النقاط ذات أهمية لأنها تمثل التحولات أو التغيير في نمط واتجاه البيانات، ولهذا يمكن تسمية الانحدار المقسم باسم انحدار متعدد المراحل (multistage) أو الأطوار (multiphase)(Roslyakova, 2017).

وبافتراض أن انموذج الانحدار المقسم مقيد بالاستمرارية عند نقاط الربط (نقاط التغيير) بين الدوال الفرعية الخطية $f_j(x: \beta_j)$ يمكن تعريف الانموذج وفق الصيغة: (Roslyakova, 2017)

$$f(x_i; B, \tau) = \begin{cases} f_1(x: \beta_1) = \beta_{1,0} + \beta_{1,1}\ x & x_1 \le x \le \tau_1 \\ f_2(x: \beta_2) = \beta_{2,0} + \beta_{2,1}\ x & \tau_1 < x \le \tau_2 \\ \vdots & \vdots \\ f_r(x: \beta_r) = \beta_{r,0} + \beta_{r,1}\ x & \tau_{r-1} < x \le x_n \end{cases} \dots (3)$$

وان قيد الاستمرارية يكون وفق الصيغة التالية:(Yu, Barrett, Kim, & Feuer, 2007)

$$\beta_{j,0} + \beta_{j,1}\tau_j = \beta_{j+1,0} + \beta_{j+1,1}\tau_j\,, \quad for \ \ j = 1,2, \dots\dots, r-1 \qquad \dots (4)$$

وتكون صياغة الانموذج (3) مع قيد الاستمرارية (4) وفق الصيغة الاتية:

(Lain, 2018)،(Yu, Barrett, Kim, & Feuer, 2007)

$$\begin{aligned} f(x_i; B, \tau) &= \beta_0 + \beta_1\, x + \Delta_1 (x - \tau_1)_+ + \cdots + \Delta_{r-1} (x - \tau_{r-1})_+, \\ or \qquad &= \beta_0 + \beta_1\, x + \sum_{j=1}^{r-1} \Delta_j (x - \tau_j)_+, \end{aligned} \qquad \dots (5)$$

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

إذ أن :

β_0 : معلمة الحد الثابت.

β_1 : معلمة الميل.

Δ_j هي الفرق بين معلمتي الميل j و $j+1 (\Delta_j = \beta_{j+1} - \beta_j)$.

وأن :

$$(x-\tau_j)_+ = \begin{cases} x-\tau_j, & x > \tau_j \\ 0, & x \le \tau_j \end{cases}$$

2-2 طرائق تقدير الانموذج:

1-2-2 تقنية المعالجة الخطية لموغيو(linear reparameterization technique for Muggeo)

لتقدير المعلمات في الأنموذج رقم (5) يلاحظ أن لوغاريتم دالة الإمكان الأعظم للأنموذج غير قابلة للاشتقاق عند نقاط التغيير $x_i = \tau_j$، لذا اقترح الباحث(Muggeo, 2003)تقنية المعالجة الخطية (linear reparameterization)لتحويل هذه المشكلة الى إطار خطي كأسلوب بديل ومن ثم إيجاد تقدير الإمكان الأعظم (ML) لمعلمات الانموذج إضافةً الى تقدير نقاط التغيير وبأسلوب تكراري بسيط.

ولتقدير (r-1) من نقاط التغيير باستخدام الصيغة (5) تم تقريب الصيغةالغير قابلة للتفاضل $\Delta_j(x-\tau_j)_+$ حول القيم الأولية $\tau_j^{(0)}$ باستخدام متسلسلة تايلور(Taylor expansion) من الدرجة الأولى، حيث يجب أن تكون $\tau_j^{(0)}$ قريبة من القيمة الحقيقية قدر الإمكان وحسب الصيغة الآتية: (Shi, Li, & Wan, 2018)

$$(X-\tau_j)_+ \approx (X-\tau_j^{(0)})_+ + (-1)I(X > \tau_j^{(0)})(\tau_j - \tau_j^{(0)}) \dots (6)$$

حيث $(-1)I(X > \tau_j^{(0)})$ هي المشتقة الأولى لـ $(X-\tau_j^{(0)})_+$ بالنسبة لـ$\tau_j^{(0)}$.

وأن $I(X > \tau_j^{(0)})$=1إذا كانت $X > \tau_j^{(0)}$ وتساوي صفر في ما عدى ذلك.

وتم تطبيق الصيغة الخطية(6) على جميع نقاط التغيير، وصيغة الأنموذج(5)يمكن تقريبها وفق الصيغة:

$$f(x_i; B, \tau) = \beta_0 + \beta_1 x + \sum_j^{r-1} \Delta_j \bar{U}_j + \sum_j^{r-1} \gamma_j \bar{V}_j, \qquad \dots (7)$$

إذ أن: المعلمة $\gamma_j = \Delta_j(\tau_j - \tau_j^{(0)})$.

وأن : $\bar{U}_j = (X-\tau_j^{(0)})_+$ ، $\bar{V}_j = (-1)I(X > \tau_j^{(0)})$ هما متغيرات إضافية.

وبهذه الطريقة يمكن النظر الى الانموذج (7)كأنموذج انحدار خطي اعتيادي ويمكن الحصول على مقدر (ML)لمعلمات الانموذج ونقاط التغيير عندما يتبع الخطأ العشوائي توزيعاً احتماليا معروفاً.

ويمكن إيجاد أفضل مقدر(ML) وفق خوارزمية(Muggeo, 2003)التكرارية البسيطة وكما يلي:

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

1- وضع قيم $\tau_j{}^{(0)}$ الابتدائية. عند التكرار s=0.

2- حساب المتغيرات الإضافية $\bar{U}_j{}^{(s)}$ ، $\bar{V}_j{}^{(s)}$.

3- وبفرض أن الخطأ العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي تم إيجاد مقدرات (ML)للأنموذج (7) لكل تكرار(s)وفق الصيغة:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(ML)}^{(s)} = (\mathrm{X}'\mathrm{X})^{-1}\mathrm{X}'\mathrm{Y} \qquad \ldots(8)$$

إذ أن :

$$\mathrm{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \mathrm{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 u_1^{(s)} \ldots u_j^{(s)} \ldots u_{r-1}^{(s)} & v_1^{(s)} \ldots v_j^{(s)} \ldots v_{r-1}^{(s)} \\ \vdots & \vdots \quad \vdots \quad \cdots \vdots \quad \cdots \vdots & \vdots \cdots \vdots \quad \cdots \vdots \\ 1 & x_n u_n^{(s)} \ldots u_{j.n}^{(s)} \ldots u_{r-1.n}^{(s)} & v_n^{(s)} \ldots v_{j.n}^{(s)} \ldots v_{r-1.n}^{(s)} \end{pmatrix}, \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(ML)}^{(s)}$$

$$= \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0^{(s)} \\ \hat{\beta}_1^{(s)} \\ \hat{\Delta}_1^{(s)} \\ \vdots \\ \hat{\Delta}_{r-1}^{(s)} \\ \hat{\gamma}_1^{(s)} \\ \vdots \\ \hat{\gamma}_{r-1}^{(s)} \end{pmatrix}$$

4- تحديث نقاط التغيير حسب الصيغة:

$$\hat{\tau}_j = \frac{\hat{\gamma}_j}{\hat{\Delta}_j} + \tau_j{}^{(0)} \ldots (9)$$

5- إعادة تكرار الخطوات السابقة من الخطوة (2) الى (4) بعد تحديث نقاط التغيير واستبدالها بالقيم الابتدائية الى s من التكرارات حتى إتمام تقارب قيم المعلمات$(\hat{\gamma}_j \approx 0)$، وعندما تقترب هذه المعلمات من الصفر فهذا يعني ان $(\tau_j^{(s)} - \tau_j^{(s-1)} \approx 0)$وعندها يتم الحصول على أفضل تقدير (ML) لمعلمات الانموذج ونقاط الربط عند التكرارsth أي: $\tau_j^{(s)} = \hat{\tau}_j$.

2-2-2 طريقة الاوزان التكرارية باستخدام مقدر Mالحصين (Repetitive weighting method using the robust M-estimator)

تعد طريقة الاوزان التكرارية باستخدام مقدرM الحصين (IRWm-estimator) أحد الطرائق المقترحة من الباحثان (O.A.Ali, M.A.Abbas,2019)، وتعتمد هذه الطريقة على استعمال مقدر M الحصين ضمن نهج(Muggeo) الكلاسيكي للحصول على تقدير أكثر حصانة لمعلمات الانموذج ونقاط التغيير في ذات الوقت، إذ تم اعتماد نهج الحصانة على استبدال مجموع المربعات الصغرى الاعتيادية $\sum e_i^2$ بدالة الخسارة ($\sum P(e_i)$loss function)لكونها ذات تباين قليل عند وجود بواقي متطرفة (شاذة).

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

(Ali & Abbas, 2019)

و تم الحصول على التقدير الحصين(IRWm-estimator) لمعلمات الانموذج ونقاط التغيير في الصيغة (7)وفق الخطوات التالية:(Ali & Abbas, 2019)

1- وضع القيم الابتدائية للمعلمات $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathrm{IRWm})}^{(s)} = (\hat{\beta}_0^{(s)}, \hat{\beta}_1^{(s)}, \hat{\Delta}_j^{(s)}, \hat{\gamma}_j^{(s)})$ ، $\hat{\tau}_j^{(s)}$عند التكرار s=0مع ملاحظة انالقيم الأولية للمعلمة $\hat{\gamma}_j^{(s)}$تكون صغيرة مثل 0.01 .

2- تقدير المعلمات $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(s+1)} = (\hat{\beta}_0^{(s+1)}, \hat{\beta}_1^{(s+1)}, \hat{\Delta}_j^{(s+1)}, \hat{\gamma}_j^{(s+1)})$بأسلوب تكراري($m$)وفق الصيغة:

$$D\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{m+1})}\right) = arg\ min \sum_{\mathrm{i}=1}^{n} p\left(z_i^{(m)}\right), \qquad \cdots (10)$$

إذ أن :

$$z_i^{(m)} = \frac{e_i^{(m)}}{\hat{\sigma}_{MAD}}, e_i^{(m)} = y_i - (\beta_0^{(m)} + \beta_1^{(m)} x_i + \sum_j^{r-1} \Delta_j^{(m)} \bar{U}_j + \sum_j^{r-1} \gamma_j^{(m)} \bar{V}_j)$$

$$\hat{\sigma}_{MAD} = \frac{median\left|e_i^{(m)} - median\left(e_i^{(m)}\right)\right|}{0.6745},$$

وباشتقاق الصيغة(10) بالنسبة لـ $\boldsymbol{\beta}$ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\sum_{i=1}^{n} Xw\left(z_i^{(m)}\right)(y_i - (\beta_0^{(m)} + \beta_1^{(m)} x_i + \sum_j^{r-1} \Delta_j^{(m)} \bar{U}_j + \sum_j^{r-1} \gamma_j^{(m)} \bar{V}_j)) = 0 \ldots (11)$$

إذ أن:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 u_1^{(s)} \ldots u_j^{(s)} \ldots u_{r-1}^{(s)} & v_1^{(s)} \ldots v_j^{(s)} \ldots v_{r-1}^{(s)} \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \vdots \quad \cdots \vdots & \vdots \quad \cdots \vdots \quad \cdots \vdots \\ x_n u_n^{(s)} \ldots u_{j.n}^{(s)} \ldots u_{r-1.n}^{(s)} & v_n^{(s)} \ldots v_{j.n}^{(s)} \ldots v_{r-1.n}^{(s)} \end{pmatrix}$$

$$, \psi = p'w\left(z_i^{(m)}\right) = \frac{\psi\left(z_i^{(m)}\right)}{\left(z_i^{(m)}\right)} (p \text{ مشتقة الدالة})$$

وأن الصيغة (11) تعرف بالمربعات الصغرى الموزونة (WLS) والحل لهذه الصيغة اعطى تقدير $\boldsymbol{\beta}^{(\boldsymbol{m+1})}$ وفق الصيغة:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{m+1})} = (X'WX)^{-1}X'WY, \quad \ldots . (12)$$

إذ أن: W مصفوفة قطرية من الدرجة (n)×nوعناصر قطرها الرئيسي هو $w\left(z_i^{(m)}\right)$.

يكرر تقدير المعلماتلد (m)من المراتحتى تتقارب المعلمات المقدرةأي:

(Zhang & Li, 2017)

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

$\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{m+1}-\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{m}\right\|_{\infty}<10^{-5}$، إذ أن $\|v\|_{\infty}=\max_{\mathrm{j}}\left|v_{j}\right|$ لكل $v\in R^{q}$.

وبعد اتمام التقارب في الخطوة mth فأن $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{s+1}=\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{m+1}$

3- تحديث نقاط التغيير وفق الصيغة (9)في طريقة(Muggeo)

4- تكرار الخطوات السابقة بدأ من الخطوة 2حتى اتمام عملية التقارب حسب معيار(Muggeo) $(\hat{\gamma}_j\approx 0)$، وبالتالي فإن التقدير التقريبي في التكرارsth يفترض تقدير $\widehat{\beta}^{(s+1)}$هو تقدير (IRWm-estimator) ،وأن $\tau_j^{(s)}=\hat{\tau}_j$.

ويوجد دوال عدة يمكن استعمالها في الدالة p كأوزان لحل مشكلة التصغير والتي اوجدت من خلال أخذ مشتقات جزئية بالنسبة لـ $\hat{\beta}$ ومساواتها بالصفر، وقد تم استعمال دالة (Tukey):

(Salini, Cerioli, Laurini, & Riani, 2016)

$$\mathrm{p}(z)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{z}^2}{2}-\dfrac{\mathrm{z}^4}{2\mathrm{c}^2}+\dfrac{\mathrm{z}^6}{6\mathrm{c}^4}, & \text{if } |\mathrm{z}|\le \mathrm{c}\\ \dfrac{\mathrm{c}^2}{6}, & \text{if } |\mathrm{z}|>\mathrm{c}\end{cases}, \quad \mathrm{W(z)}$$

$$=\begin{cases}\left(1-\left(\dfrac{\mathrm{z}}{\mathrm{c}}\right)^2\right)^2, & \text{if } |\mathrm{z}|\le \mathrm{c}\\ 0, & \text{if } |\mathrm{z}|>c\end{cases} \quad \dots(13)$$

إذ إن : c = 4.685.

3-2-2 طريقة الاوزان التكرارية باستخدام مقدر S الحصين (Repetitive weighting method using the robust S-estimator)

أن طريقة الاوزان التكرارية باستخدام مقدرS الحصين (IRWs-estimator) هي أحد الطرائق المقترحة من الباحثان(Ali & Abbas, 2020)، والتي تعتمد على استعمال مقدر S الحصين، حيث يعتمد هذا المقدر على مقياس البواقي لأسلوب مقدر M،إذ تم التغلب على نقاط الضعف في الوسيط باستعمال الانحراف المعياري للبواقي(Susanti, Pratiwi, Sulistijowati, & Liana, 2014).

وقد استخدم الباحثان(Ali & Abbas, 2020)هذا المقدر في تقدير الانحدار المجزأ ضمن نهج(Muggeo) الكلاسيكي للحصول على تقدير أكثر حصانة وبذات الطريقة المتبعة في استخدام مقدر M الحصين في الفقرة السابقة (2-2-2).

وتم الحصول على مقدر S الحصين (IRWs) لمعلمات الانموذج ونقاط التغيير في الصيغة (7) وفق نفس الخطوات المتبعة في مقدر (IRWm)في الفقرة (2-2-2) ولكن باختلاف الخطوة الثانية إذ تم فيها تقدير المعلمات $\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{m+1})}$ من خلال أسلوب مقدر S الحصين وفق الصيغة الآتية:(Ali & Abbas, 2020)

$$D\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}^{(\boldsymbol{m+1})}\right)=arg\ min\sum_{\mathrm{i}=1}^{n}p\left(\frac{e_i^{(m)}}{\hat{\sigma}_{si}^{(m)}}\right), \qquad \cdots(14)$$

إذ أن :

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

$$\hat{\sigma}_{si}{}^{(m)} = \begin{cases} \dfrac{median\left|e_i^{(m)} - median\left(e_i^{(m)}\right)\right|}{0.6745}, & \text{if } m = 1 \\ \sqrt{\dfrac{1}{nk}\sum_{i=1}^{n} w_i^{(m-1)}\, e_i^{2(m)}}, & \text{if } m > 1 \end{cases} \quad \dots (15)$$

إذ أن: K=0.199

وتم حساب قيمة الوزن $w_i^{(m)}$باستعمال دالة(Tukeybisquare)حسب الصيغة الآتية:

(Susanti, Pratiwi, Sulistijowati, & Liana, 2014)

$$w_i^{(m)} = \begin{cases} \left(1 - \left(\dfrac{z_i^{(m)}}{1.547}\right)^2\right)^2, & \text{if } \left|z_i^{(m)}\right| \le 1.547 \\ 0, & \text{if } \left|z_i^{(m)}\right| > 1.547 \end{cases}, \quad m = 1$$

$$\dfrac{p\left(z_i^{(m)}\right)}{z_i^{2(m)}}, \qquad m > 1 \quad \dots (16)$$

إذ أن : $z_i^{(m)} = \dfrac{e_i^{(m)}}{\hat{\sigma}_{si}{}^{(m)}}$.

وبعد اشتقاق الصيغة(14) بالنسبة لـ $\boldsymbol{\beta}$ومساواتها بالصفر واتمام باقي الخطوات المتبعة في الطريقة السابقة في الفقرة (2-2-2) نحصل على مقدر (IRWs)بطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وفق الصيغة (12).

وتكرر الخطوات السابقة للتقدير حتى حصول التقارب، وان التقدير التقريبي sth يفترض تقدير $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(s+1)}$هو تقدير(IRWs)،وأن $\boldsymbol{\tau}_j^{(s)} = \hat{\tau}_j$. (Ali & Abbas, 2020)

3-2 معيار المقارنة:

بعد ان تم وصف الانموذج في الصيغة (5) والتطرق إلى طرائق تقدير الانموذج يأتي أهمية معرفة الطريقة الامثل بين هذه الطرائق السابق ذكرها في الفقرة (2-2) إذ يمكن أن تكون هناك طرائق تعطي نتائج مقبولة ولكن يتم المقارنة بينها لاختيار الطريقة التي تعطي نتائج افضل بينهم ولإتمام عملية المقارنة تم استعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) والذي يعد من أهم المقاييس الإحصائية شيوعاً إذ يقيس مدى اقتراب معلمات الانموذج ونقاط التغيير المقدرة وابتعادها عن القيم الحقيقية، لذا تم استعمال هذه الصيغة في المقارنة في دراسة المحاكاة واختيار المقدر الذي يمتلك اقل قيمة (MSE) والذي يحسب وفق الصيغة:

(Boudt, Caliskan, & Croux, 2011)

$$\boldsymbol{MSE_\beta} = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}(\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})^2\,, \qquad \boldsymbol{MSE_\tau} = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}(\hat{\boldsymbol{\tau}} - \boldsymbol{\tau})^2 \dots . (17)$$

إذ أن:

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

R : قيمة التكرار في المحاكاة.

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}$: معلمات الانموذج المقدرة في تجربة المحاكاة.$\boldsymbol{\beta}$: معلمات الانموذج الحقيقية.

$\widehat{\boldsymbol{\tau}}$: نقاط التغيير المقدرة في تجربة المحاكاة.$\boldsymbol{\tau}$: نقاط التغيير الحقيقية.

3- الجانب العملي (المحاكاة)

لتقييم أداء طرائق التقدير المذكورة في الجانب النظري تم اجراء تجربة محاكاة بسيناريوهات عدةباستعمال (MATLAB R2017a).

3-1خطوات التجربة:

تم اجراء تجربة المحاكاة لتقييم أداء الطرائق ومعرفة الطريقة الأمثل بينهم وفق الخطوات التالية:

3-1-1الخطوة الأولى:

تعد هذه الخطوة من الخطوات الأساسية والمهمة والتي فيها تم تحديد حجم العينة (n)، إذ تم تحديد ثلاث احجام للعينات (40 ,80, 160) وبتكرار التجربة (R=1000) مرة لكل حجم منها.

3-1-2الخطوة الثانية:

تم في هذه الخطوة توليد البيانات وفق حجمالعينة المحدد في الخطوة الأولى وكما يلي:

1- <u>المتغير المستقل:</u>

تم في بادئ الامر توليد المتغير المستقل x_iالذي يتبع التوزيع المنتظم ضمن فترة معينة (a, b):
(Shi, Li, & Wan, 2018)

$$x_i \sim Uniform(a, b), \qquad i = 1,2,\cdots,n \qquad \ldots(18)$$

2- <u>الخطأ العشوائي:</u>

تم توليد الأخطاء العشوائية e_iوالتي تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $(\mu = 0)$ وتباين σ^2 وفق طريقة(Box & Muller, 1958)وكما يلي:

- توليد المتغيرين (U_1, U_2)العشوائيين وفق التوزيع المنتظم القياسي $Uniform(0,1)$.
- تحويل المتغيرين (U_1, U_2) إلى متغيرين عشوائيين مستقلين (Z_1, Z_2) يتبعان التوزيع الطبيعي القياسي وفقالصيغة الأتية:

$$\mathrm{Z}_1 = \sqrt{-2\log U_1} * \cos(2\pi U_2)\ , \qquad \ldots(19)$$

$$\mathrm{Z}_2 = \sqrt{-2\log U_1} * \sin(2\pi U_2)\ , \qquad \ldots(20)$$

- توليد متغير عشوائي U_3وفق التوزيع المنتظم القياسي$U_3 \sim Uniform(0,1)$.
- الحصول على المتغير العشوائي Zالذي يتبع التوزيع الطبيعي القياسي$\mathrm{Z} \sim N(0,1)$ وفق الصيغة:

$$\mathrm{Z} = \begin{cases} \mathrm{Z}_1 & if\ \ U_3 \geq 0.5 \\ \mathrm{Z}_2 & if\ \ U_3 < 0.5 \end{cases}, \qquad \ldots(21)$$

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

- ومن ثم تمالحصول على متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2 بالاعتماد على التوزيع الطبيعي القياسي من خلال الصيغة الآتية:

$$e = \mu + \sigma * Z\,, \qquad \dots (22)$$

وتم تناول افتراضات عديدة لتوليد الأخطاء العشوائية وهي كما يلي:

- إذا كان توزيع الخطأ العشوائي e_i غير ملوث ويتبع التوزيع الطبيعي القياسي $e_i \sim N(0,1)$.
- إذا كان توزيع الخطأ العشوائي e_i ملوث، وذلكبافتراض أن البيانات تحتوي على قيم شاذة (Outliers)، إذ تم توليد متغيرات الخطأ العشوائي وفق التوزيع الطبيعي $e_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ بنسبة (1-p)ووفق نفس التوزيع ولكن بتباين مختلف ($\Omega^2\sigma^2$) بنسبة p.

(إذ أن:p هي نسبة التلوث، وأن $0 \le p \le 1$) أي:

$$e \sim [(1-p) * N(0,\sigma^2), p * N(0,\Omega^2\sigma^2)], \qquad \dots (23)$$

3- المتغير المعتمد:

إن المتغير المعتمد y_i تم الحصول عليه بالاعتماد على قيم المتغير المستقل x_i وقيم الخطأ العشوائي e_i التي تم توليدها مسبقاً، من خلال استخدام انموذج الانحدار المجزأوفق الصيغة (5) المذكورة في الجانب النظري مضافاً اليها حد الخطأ.

وتم اجراء تجربة المحاكاة لأنموذج الانحدار المجزء لثلاث سيناريوهات(Shi, Li, & Wan, 2018)من القيم الافتراضية لمعلمات الانموذج وهي:

$$Case1: \boldsymbol{\beta} = (\beta_0 = 0.01\,, \beta_1 = 0.1, \Delta_1 = 6, \Delta_2 = -9\,), \tau = (\tau_1 = 4, \tau_2 = 9)$$

$$Case2: \boldsymbol{\beta} = (\beta_0 = 0.01\,, \beta_1 = 0.1, \Delta_1 = 6, \Delta_2 = -9\,, \Delta_3 = 5\,), \tau = (\tau_1 = 4, \tau_2 = 9, \tau_3 = 15)$$

$$Case3: \boldsymbol{\beta} = (\beta_0 = 0.01\,, \beta_1 = 0.1, \Delta_1 = 6, \Delta_2 = -9\,, \Delta_3 = 5, \Delta_4 = 8\,), \tau = (\tau_1 = 4, \tau_2 = 9, \quad \tau_3 = 15, \tau_4 = 20)$$

وبافتراض أن قيم x_i هي ضمن الفترة (a=0 , b=25).

3-1-3الخطوة الثالثة:

تم بعد عملية توليد البيانات في هذه المرحلة استعمالطرائق التقدير لانموذجالانحدار المجزءالمذكورة في الجانب النظري، وتم حساب المعدل و متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير معلمات الانموذج ونقاط التغيير.

3-1-4الخطوة الرابعة:

في هذه المرحلة تم المقارنة بين الطرائق باستعمال معيار (MSE)لتقدير معلمات الانموذج ونقاط التغييرلتقييم إداء الطرائق واختيار الطريقة الامثل للتقدير.

3-2نتائج دراسة المحاكاة:

تم استعمال برنامج (Matlab R2017a) لتنفيذ دراسة المحاكاة والذي يعد من أحد البرامج ذات الامكانيات العالية في الجوانب الاحصائية والرياضية والهندسية، وتم إجراء تجربة دراسة المحاكاة لثلاث مجاميع من البيانات المولدة وهي:

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

- (Case1): حالة احتواء البيانات على نقاط تغيير عدد اثنان.
- (Case2): حالة احتواء البيانات على نقاط تغيير عدد ثلاثة.
- (Case3): حالة احتواء البيانات على نقاط تغيير عدد اربعة.

وتم توليد البيانات بعدة احجام مختلفة(n=40,80,120)وبتكرار (1000) لكل مجموعة ولكل حجم من احجام العينات، وقد تم افتراض الخطأ العشوائي للبيانات المتولدة في الدراسة بحالات عدة وهي:

- في حال افتراض أن البيانات غير ملوثة بقيم شاذة فأن توزيع الخطأ العشوائي للبيانات المتولدة سيكون وفق التوزيع $e_i \sim N(0, 1)$.
- في حال افتراض أن البيانات ملوثة بقيم شاذة فأن توزيع الخطأ العشوائي للبيانات المتولدة سيكون توزيع ملوث يحسب وفق الصيغة (23)حيث يولد الخطأ العشوائي وفق التوزيع $e_i \sim N(0, 0.01)$ بنسبة (1-p) والتوزيع $e_i \sim N(0, 3)$ بنسبة p، وأن p= (5%, 10% , 15%) .

وقد تم تطبيق طرائق التقدير لأنموذج الانحدار المقسم المذكورة في الجانب النظري في الفقرة الثانية لتقييم أداء هذه الطرائق في التقدير وإجراء المقارنة بينها واختيار الطريقة الأمثل باستعمال معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمعلمات، ولإعطاء صورة واضحة للنتائج وتحليلها تم عرضها وفق الجداول الآتية:

جدول رقم (1): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=40) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ $e_i \sim N(0, 1)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.91483	**0.20179**	3.94178	0.92205	4.66490	8.63606
	τ_2	9	9.02419	**0.01924**	9.04381	0.03063	9.41130	3.41279
	β_0	0.01	0.30995	**7.55313**	0.27890	8.15856	-0.48331	21.96779
	β_1	0.1	-0.15634	**2.77519**	-0.14317	2.83756	0.09777	14.35090
	Δ_1	6	6.18554	**2.80072**	6.13492	2.93738	5.51193	31.19653
	Δ_2	-9	-8.93148	**0.18107**	-8.89477	0.22066	-8.39404	5.09336
Case 2	τ_1	4	3.90892	**0.15361**	3.89521	0.20218	4.39215	3.96290
	τ_2	9	9.05733	**0.09791**	9.06590	0.12534	9.51966	3.32712
	τ_3	15	14.95008	**0.13366**	14.95575	0.14418	15.13871	1.91185
	β_0	0.01	0.32218	**7.48273**	0.33425	7.57837	-0.34111	20.41181
	β_1	0.1	-0.15850	**2.77552**	-0.16525	2.79466	0.03715	14.35941
	Δ_1	6	6.19767	**2.77123**	6.15078	3.16462	5.30809	25.08206

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	Δ_2	-9	-8.82969	30.64581	-8.77009	**30.44272**	-7.86622	45.49936
	Δ_3	5	4.88991	**30.23912**	4.88440	30.24707	4.61784	34.07871
Case 3	τ_1	4	3.91014	0.22337	3.89128	**0.20583**	4.02334	1.63956
	τ_2	9	9.06785	0.16157	9.07078	**0.12600**	9.14841	0.56236
	τ_3	15	14.92773	**0.15202**	14.92126	0.16612	15.02574	0.50054
	τ_4	20	19.97786	**0.03946**	19.97954	0.04114	20.03838	0.21289
	β_0	0.01	0.32106	**7.70774**	0.32873	7.80745	0.14850	10.13908
	β_1	0.1	-0.16844	**2.88995**	-0.17135	2.91570	-0.12091	3.48886
	Δ_1	6	6.18670	**3.11479**	6.14750	3.30107	5.97386	5.94741
	Δ_2	-9	-8.78492	**32.01988**	-8.74465	31.62328	-8.54961	34.21049
	Δ_3	5	4.82386	**31.52630**	4.82006	31.54019	4.87098	31.78283
	Δ_4	8	8.03284	**0.25135**	8.04271	0.27015	8.10500	10.72484

جدول رقم (2): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=80) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ $e_i \sim N(0, 1)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.99017	0.02835	3.99461	**0.02817**	4.65130	7.26115
	τ_2	9	9.00567	**0.00514**	9.00684	0.00561	9.31865	3.45938
	β_0	0.01	0.07530	**0.40923**	0.07060	0.43602	-0.69821	11.19889
	β_1	0.1	0.06998	**0.09077**	0.07447	0.09555	0.16612	38.95859
	Δ_1	6	6.02433	**0.11741**	6.02123	0.13083	5.46642	51.82233
	Δ_2	-9	-8.99674	**0.04238**	-8.99826	0.04527	-8.53940	10.40397
Case 2	τ_1	4	3.98876	**0.02819**	3.99500	0.03002	4.53718	4.57935
	τ_2	9	9.00997	**0.00819**	9.01241	0.00892	9.48192	3.40949

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	τ_3	15	14.98871	0.01850	14.98786	0.01987	15.14998	1.29710
	β_0	0.01	0.07481	0.41100	0.06698	0.43553	-0.74011	11.69376
	β_1	0.1	0.06968	0.09084	0.07741	0.09763	0.18562	39.29266
	Δ_1	6	6.02151	0.11732	6.01459	0.13586	5.18474	52.52886
	Δ_2	-9	-9.00844	0.06324	-9.01232	0.07112	-7.90976	27.56004
	Δ_3	5	5.01231	0.02770	5.01593	0.02972	4.65614	9.76706
Case 3	τ_1	4	3.98826	0.02826	3.99311	0.03168	4.30459	2.36930
	τ_2	9	9.01162	0.00829	9.01430	0.00941	9.31619	1.87712
	τ_3	15	14.97446	0.03140	14.97425	0.03310	15.19922	1.15620
	τ_4	20	19.99709	0.01172	19.99743	0.01323	20.06825	0.47214
	β_0	0.01	0.06890	0.40662	0.06441	0.44699	-0.43878	8.10417
	β_1	0.1	0.07150	0.09090	0.07632	0.10223	0.07477	39.56975
	Δ_1	6	6.01877	0.11657	6.01412	0.14008	5.57305	46.60343
	Δ_2	-9	-9.01438	0.06373	-9.01788	0.07168	-8.38118	10.11559
	Δ_3	5	5.00745	0.06103	5.01409	0.06531	5.07060	1.78490
	Δ_4	8	8.01432	0.07985	8.01032	0.08881	7.77155	5.42565

جدول رقم (3): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=160) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ $e_i \sim N(0, 1)$.

he Cas	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.99426	0.00990	3.99633	0.01001	4.70134	8.60523
	τ_2	9	8.99964	0.00228	8.99926	0.00242	9.24794	2.77405
	β_0	0.01	0.01982	0.17562	0.02174	0.18992	-0.70413	7.75709
	β_1	0.1	0.08700	0.03390	0.08714	0.03626	0.38320	1.21545
	Δ_1	6	6.01664	0.04904	6.01940	0.05289	5.35988	11.93888

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	Δ_2	-9	-9.00380	**0.01910**	-9.00677	0.01996	-8.63115	8.72115
Case 2	τ_1	4	3.99453	**0.00990**	3.99652	0.01003	4.53154	4.72421
	τ_2	9	9.00084	**0.00349**	9.00098	0.00372	9.44789	3.22378
	τ_3	15	14.99542	**0.00825**	14.99596	0.00873	15.11968	1.17907
	β_0	0.01	0.01898	**0.17616**	0.02110	0.19141	-0.74307	8.32448
	β_1	0.1	0.08719	**0.03381**	0.08725	0.03626	0.42392	2.13694
	Δ_1	6	6.01693	**0.04933**	6.01968	0.05365	5.01223	20.19528
	Δ_2	-9	-9.01034	**0.02907**	-9.01414	0.03105	-8.13789	15.91199
	Δ_3	5	5.00555	**0.01185**	5.00710	0.01284	4.79448	11.24505
Case 3	τ_1	4	3.99388	**0.01020**	3.99654	0.01032	4.32839	2.04032
	τ_2	9	9.00140	**0.00342**	9.00133	0.00368	9.34663	2.26509
	τ_3	15	14.99242	**0.01171**	14.99194	0.01241	15.24573	1.26851
	τ_4	20	19.99413	**0.00486**	19.99374	0.00534	20.03667	0.62443
	β_0	0.01	0.01882	**0.17593**	0.01969	0.19253	-0.52375	5.96291
	β_1	0.1	0.08685	**0.03425**	0.08761	0.03698	0.30870	0.92256
	Δ_1	6	6.01640	**0.04911**	6.01928	0.05377	5.32614	8.96782
	Δ_2	-9	-9.01080	**0.02888**	-9.01570	0.03107	-8.25489	10.56900
	Δ_3	5	5.00221	**0.02625**	5.00194	0.02856	5.03978	3.25010
	Δ_4	8	7.99506	**0.03256**	7.99849	0.03407	7.65378	5.99865

جدول رقم (4): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=40) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 95% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 5% يتبع $e_i \sim N(0, 3)$.

he Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case	τ_1	4	3.97537	0.03108	3.97915	**0.01825**	4.45004	4.50306

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

1	τ_2	9	9.00823	0.00619	9.01373	0.01006	9.31381	3.29648
	β_0	0.01	0.02715	0.24850	0.01885	0.18156	-0.53372	6.49016
	β_1	0.1	0.07771	0.07150	0.08941	0.03773	0.31765	0.93101
	Δ_1	6	5.99788	0.09802	5.97390	0.08479	5.35970	7.78607
	Δ_2	-9	-8.97744	0.05359	-8.96337	0.04968	-8.47013	12.85676
Case 2	τ_1	4	3.97762	0.02901	3.99239	0.08544	4.59055	5.09348
	τ_2	9	9.01921	0.05185	9.00936	0.09373	9.45059	2.87605
	τ_3	15	14.98900	0.05702	14.98843	0.05299	15.19930	2.42374
	β_0	0.01	0.03425	0.30601	0.01540	0.19380	-0.77537	9.48416
	β_1	0.1	0.07501	0.08656	0.08698	0.06475	0.40644	1.35770
	Δ_1	6	6.00081	0.10625	5.97300	0.30360	4.95816	13.62591
	Δ_2	-9	-8.97041	0.46777	-8.94710	0.53123	-7.94395	14.50091
	Δ_3	5	4.99388	0.40062	4.98742	0.28414	4.67016	2.21366
Case 3	τ_1	4	3.98535	0.02427	3.98202	0.01972	4.18041	1.53970
	τ_2	9	9.01991	0.06013	9.02093	0.07798	9.18502	1.26383
	τ_3	15	14.97644	0.05973	14.98223	0.06612	15.10981	0.53529
	τ_4	20	19.99256	0.01123	19.99206	0.00543	20.04459	0.12520
	β_0	0.01	0.02357	0.29410	0.02106	0.20603	-0.29044	4.37167
	β_1	0.1	0.08212	0.07328	0.08313	0.05681	0.20611	0.53631
	Δ_1	6	6.00391	0.09490	6.00277	0.18781	5.65233	4.48888
	Δ_2	-9	-8.97705	0.51547	-8.96954	0.48205	-8.70674	7.76980
	Δ_3	5	4.97639	0.47396	4.97190	0.35777	5.09666	3.57906
	Δ_4	8	8.00756	0.06837	8.00277	0.03057	7.87251	1.06751

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

جدول رقم (5): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=80) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 95% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 5% يتبع $e_i \sim N(0,3)$

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.99279	0.01300	3.99621	**0.00683**	4.48472	5.61695
	τ_2	9	9.00375	0.00257	9.00139	**0.00072**	9.19782	2.40454
	β_0	0.01	0.04328	**0.17573**	0.02909	0.23097	-0.39769	12.47465
	β_1	0.1	0.08219	**0.04183**	0.08475	0.14005	0.17940	12.84910
	Δ_1	6	6.01346	**0.06052**	6.01269	0.13212	5.54938	18.12624
	Δ_2	-9	-8.99692	0.02339	-8.99771	**0.00411**	-8.62747	3.49389
Case 2	τ_1	4	3.99005	0.01459	4.00064	**0.00061**	4.58790	5.13506
	τ_2	9	9.00678	0.00397	9.00181	**0.00101**	9.54494	3.80302
	τ_3	15	14.99626	0.00690	14.99928	**0.00017**	15.09326	2.11106
	β_0	0.01	0.04613	0.21353	0.01055	**0.01022**	-0.69307	15.06017
	β_1	0.1	0.07790	0.05614	0.10056	**0.00161**	0.31095	12.78657
	Δ_1	6	6.01396	0.07099	5.99758	**0.00568**	5.03892	24.65132
	Δ_2	-9	-8.99961	0.03231	-8.99880	**0.00440**	-8.04578	20.35835
	Δ_3	5	5.00623	0.01239	5.00019	**0.00028**	4.78638	10.56832
Case 3	τ_1	4	3.99167	0.01292	3.99925	**0.00494**	4.36682	2.57866
	τ_2	9	9.00711	0.00374	9.00085	**0.00038**	9.34513	2.15757
	τ_3	15	14.99584	0.01077	14.99969	**0.00027**	15.25196	1.21172
	τ_4	20	19.99739	0.00415	20.00043	**0.00019**	20.04168	0.66236
	β_0	0.01	0.03842	**0.19104**	0.02585	0.23708	-0.57926	6.65382
	β_1	0.1	0.08353	**0.04779**	0.08844	0.13719	0.33807	0.97075
	Δ_1	6	6.00800	**0.06501**	6.01146	0.13040	5.28514	9.23853
	Δ_2	-9	-9.00146	0.03104	-9.00053	**0.00269**	-8.21641	10.95048

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	Δ_3	5	5.00890	0.02362	5.00141	**0.00066**	4.96679	7.18036
	Δ_4	8	7.99790	0.03629	7.99803	**0.00167**	7.77798	8.80692

جدول رقم (6): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=160) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 95% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 5% يتبع $e_i \sim N(0, 3)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.99466	0.00419	4.00004	**0.00009**	4.47100	5.52388
	τ_2	9	9.00241	0.00097	8.99981	**0.00002**	9.17771	2.28061
	β_0	0.01	-0.00905	0.07678	0.00969	**0.00194**	-0.49747	5.37087
	β_1	0.1	0.10168	0.01394	0.09973	**0.00036**	0.30116	0.81685
	Δ_1	6	5.99058	0.01990	6.00107	**0.00054**	5.45631	6.28765
	Δ_2	-9	-8.99202	0.00776	-9.00079	**0.00020**	-8.65573	3.27323
Case 2	τ_1	4	3.99363	0.00438	4.00017	**0.00009**	4.45516	4.36966
	τ_2	9	9.00159	0.00134	8.99986	**0.00004**	9.37504	3.02641
	τ_3	15	15.00107	0.00328	14.99985	**0.00008**	15.01920	1.57799
	β_0	0.01	-0.00393	0.07618	0.00934	**0.00198**	-0.57802	6.24305
	β_1	0.1	0.09857	0.01423	0.09977	**0.00037**	0.33272	0.94544
	Δ_1	6	5.99347	0.02009	6.00134	**0.00055**	5.21382	11.06437
	Δ_2	-9	-8.98949	0.01183	-9.00141	**0.00030**	-8.25852	9.82399
	Δ_3	5	4.99722	0.00491	5.00032	**0.00013**	4.78136	3.04791
Case 3	τ_1	4	3.99420	0.00423	4.00026	**0.00009**	4.36799	2.57837
	τ_2	9	9.00170	0.00139	8.99971	**0.00004**	9.36224	2.33078
	τ_3	15	14.99957	0.00502	14.99997	**0.00011**	15.27131	1.36050
	τ_4	20	19.99795	0.00205	19.99969	**0.00005**	20.00383	0.52735
	β_0	0.01	-0.00347	0.07457	0.00978	**0.00200**	-0.59289	6.42664

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	β_1	0.1	0.09928	0.01389	0.09972	0.00037	0.33974	0.96978
	Δ_1	6	5.99327	0.02004	6.00155	0.00055	5.26162	9.59640
	Δ_2	-9	-8.99060	0.01237	-9.00134	0.00030	-8.18832	11.39356
	Δ_3	5	4.99558	0.01235	5.00009	0.00028	4.97849	16.13121
	Δ_4	8	8.00015	0.01424	7.99936	0.00035	7.70935	17.65276

جدول رقم (7): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=40) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 90% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 10% يتبع $e_i \sim N(0,3)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.94187	0.07360	3.96928	0.05289	4.66667	7.05478
	τ_2	9	9.01956	0.01588	9.01465	0.02900	9.34937	4.46384
	β_0	0.01	0.15157	1.32554	0.10492	0.99225	-0.59529	8.27068
	β_1	0.1	-0.01300	0.56673	0.03747	0.46625	0.32502	1.50521
	Δ_1	6	6.06191	0.58145	5.96930	1.67570	5.09038	13.67221
	Δ_2	-9	-8.94938	0.10997	-8.90687	1.23449	-8.38858	11.83461
Case 2	τ_1	4	3.94311	0.07116	3.98502	0.12089	4.71108	6.15066
	τ_2	9	9.05417	0.14896	9.03379	0.17873	9.62186	4.63788
	τ_3	15	14.96125	0.12143	14.97252	0.09125	15.24439	2.23864
	β_0	0.01	0.14199	1.31717	0.05374	1.21722	-0.96227	12.69101
	β_1	0.1	-0.00497	0.54982	0.05106	0.45306	0.46111	2.01506
	Δ_1	6	6.05292	0.57610	5.99776	0.68103	4.69791	18.49237
	Δ_2	-9	-8.89632	6.60294	-8.86799	6.61892	-7.65810	23.34259
	Δ_3	5	4.94649	6.49973	4.91940	6.30752	4.59884	8.97697
Case	τ_1	4	3.93694	0.06892	3.96795	0.03689	4.31471	2.90351
	τ_2	9	9.03641	0.07726	9.02732	0.07442	9.25794	1.58561

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

3	τ_3	15	14.97166	0.16917	14.96662	**0.08506**	15.19083	0.98594
	τ_4	20	19.99201	0.02706	19.99207	**0.01317**	20.09821	0.45462
	β_0	0.01	0.16854	1.42777	0.09641	**0.79727**	-0.38481	6.47862
	β_1	0.1	-0.01971	0.60836	0.03501	**0.48384**	0.22556	1.19207
	Δ_1	6	6.06226	0.63513	6.02810	**0.53663**	5.52158	7.04331
	Δ_2	-9	-8.95148	0.65529	-8.94921	**0.42319**	-8.42694	7.89001
	Δ_3	5	4.99105	0.65554	4.96428	**0.39683**	5.09242	0.61470
	Δ_4	8	8.00370	0.18180	8.00289	**0.07121**	7.68781	2.51765

جدول رقم (8): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=80) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 90% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 10% يتبع $e_i \sim N(0,3)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.98188	0.02634	3.99545	**0.00486**	4.41360	3.75337
	τ_2	9	9.00670	0.00574	9.00270	**0.00430**	9.25492	3.14584
	β_0	0.01	0.05948	0.31696	0.01958	**0.03136**	-0.58120	8.43801
	β_1	0.1	0.06978	0.07974	0.09454	**0.00940**	0.30907	1.04770
	Δ_1	6	6.01362	0.11108	6.00024	**0.02312**	5.33719	8.89380
	Δ_2	-9	-8.98424	0.04843	-8.99499	**0.01416**	-8.57984	5.38531
Case 2	τ_1	4	3.98109	0.02670	3.99699	**0.00308**	4.53028	4.03041
	τ_2	9	9.00829	0.00937	9.00366	**0.00450**	9.54188	4.05930
	τ_3	15	14.98964	0.01541	14.99885	**0.00018**	15.10858	1.78574
	β_0	0.01	0.04264	0.30520	0.01443	**0.02247**	-0.83553	10.47398
	β_1	0.1	0.07337	0.07741	0.09741	**0.00565**	0.44024	1.55987
	Δ_1	6	6.00892	0.11248	5.99613	**0.01864**	4.99673	16.77624
	Δ_2	-9	-8.99247	0.06248	-8.99434	**0.01343**	-7.95795	13.88931

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	Δ_3	5	5.00624	0.02413	5.00018	**0.00028**	4.69632	2.02396
Case 3	τ_1	4	3.98310	0.02562	3.99769	**0.00282**	4.35155	2.48858
	τ_2	9	9.00993	0.00909	9.00158	**0.00055**	9.34658	2.25909
	τ_3	15	14.98185	0.02301	14.99940	**0.00038**	15.25136	1.25200
	τ_4	20	20.00239	0.00935	20.00022	**0.00038**	20.01797	0.62083
	β_0	0.01	0.05135	0.31814	0.01472	**0.01873**	-0.52722	6.49788
	β_1	0.1	0.07302	0.07657	0.09751	**0.00606**	0.31049	0.90079
	Δ_1	6	6.00977	0.11131	5.99867	**0.01041**	5.36419	14.92784
	Δ_2	-9	-8.99679	0.06061	-8.99687	**0.00441**	-8.27511	16.53490
	Δ_3	5	5.00424	0.04984	5.00161	**0.00125**	5.11781	1.01425
	Δ_4	8	8.01772	0.06591	7.99779	**0.00190**	7.67584	7.30712

جدول رقم (9): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=160) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 90% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 10% يتبع $e_i \sim N(0, 3)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.99079	0.00985	4.00009	**0.00010**	4.34781	4.22021
	τ_2	9	9.00409	0.00224	8.99980	**0.00002**	9.18402	2.14245
	β_0	0.01	0.03271	0.14520	0.00941	**0.00205**	-0.39487	4.40166
	β_1	0.1	0.08487	0.03269	0.09986	**0.00039**	0.25808	0.65819
	Δ_1	6	6.00722	0.04658	6.00087	**0.00059**	5.67669	14.46563
	Δ_2	-9	-8.99353	0.01773	-9.00069	**0.00020**	-8.83284	12.45671
Case 2	τ_1	4	3.99111	0.00949	4.00011	**0.00010**	4.3856	3.18866
	τ_2	9	9.00579	0.00304	8.99983	**0.00004**	9.38875	2.89339
	τ_3	15	14.99186	0.00712	14.99996	**0.00009**	15.05478	1.09769
	β_0	0.01	0.02737	0.14739	0.00915	**0.00207**	-0.54823	5.90624

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	β_1	0.1	0.08622	0.03236	0.09975	**0.00039**	0.32426	0.91341
	Δ_1	6	6.00649	0.04659	6.00129	**0.00059**	5.23512	11.47749
	Δ_2	-9	-9.00209	0.02621	-9.00122	**0.00031**	-8.21498	23.27462
	Δ_3	5	5.00558	0.01010	5.00024	**0.00014**	4.75945	14.98785
Case 3	τ_1	4	3.99138	0.00973	4.00025	**0.00010**	4.25611	1.56305
	τ_2	9	9.00660	0.00309	8.99970	**0.00004**	9.28657	1.97126
	τ_3	15	14.98399	0.00996	14.99990	**0.00011**	15.20120	1.02941
	τ_4	20	19.99583	0.00417	19.99970	**0.00005**	19.97792	0.62842
	β_0	0.01	0.02968	0.14692	0.00934	**0.00206**	-0.41060	4.32410
	β_1	0.1	0.08627	0.03293	0.09972	**0.00039**	0.27174	0.69154
	Δ_1	6	6.00562	0.04793	6.00167	**0.00059**	5.27480	34.06472
	Δ_2	-9	-9.00376	0.02616	-9.00153	**0.00032**	-8.38295	8.66131
	Δ_3	5	4.99803	0.02283	5.00016	**0.00031**	5.22698	23.78754
	Δ_4	8	8.00932	0.03026	7.99924	**0.00038**	7.72755	2.46255

جدول رقم (10): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=40) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 85% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 15% يتبع $e_i \sim N(0, 3)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.93178	0.08576	3.96004	**0.06543**	4.48296	4.59114
	τ_2	9	9.01973	0.01949	9.01939	**0.01859**	9.34078	4.24675
	β_0	0.01	0.20145	2.45725	0.12794	**2.19184**	-0.32743	6.66098
	β_1	0.1	-0.03446	**0.57369**	-0.19948	42.26495	0.21029	1.75829
	Δ_1	6	6.07843	**0.61880**	6.25247	41.32452	5.27578	24.33456

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	Δ_2	-9	-8.94311	0.13406	-8.95308	0.09182	-8.43079	21.58663
Case 2	τ_1	4	3.92873	0.09538	3.96588	0.04783	4.51373	5.43871
	τ_2	9	9.05332	0.10232	9.03516	0.08387	9.45188	3.20404
	τ_3	15	14.94442	0.16687	14.98212	0.10552	15.12698	1.46906
	β_0	0.01	0.21406	2.51985	0.07652	1.52542	-0.55954	10.32391
	β_1	0.1	-0.03670	0.58887	0.04520	0.35629	0.29500	1.59750
	Δ_1	6	6.06971	0.64042	6.00468	0.41066	5.22695	10.66755
	Δ_2	-9	-8.96837	1.14928	-8.92045	0.84480	-8.24020	23.27816
	Δ_3	5	5.03323	1.04380	4.97127	0.77967	4.88403	17.47764
Case 3	τ_1	4	3.92199	0.09739	3.95562	0.05309	4.10276	1.46061
	τ_2	9	9.04807	0.04741	9.02355	0.02159	9.12331	1.07017
	τ_3	15	14.93309	0.10864	14.98888	0.09960	15.06398	0.38802
	τ_4	20	19.97879	0.04591	19.99635	0.01938	20.04526	0.15911
	β_0	0.01	0.24024	2.78543	0.10717	1.67167	0.02447	4.15270
	β_1	0.1	-0.05376	0.64392	0.02964	0.39253	0.03094	1.21974
	Δ_1	6	6.08610	0.69534	6.01125	0.45901	5.85981	3.92241
	Δ_2	-9	-9.02538	0.30398	-8.95912	0.20043	-8.76587	3.52089
	Δ_3	5	5.05284	0.34492	4.99917	0.22383	5.05423	0.6446

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

								9
	Δ_4	8	8.03712	0.32825	8.02912	**0.25603**	8.02534	2.19751

جدول رقم (11): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=80) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 85% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 15% يتبع $e_i \sim N(0, 3)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.97896	0.04345	3.98974	**0.01224**	4.51352	6.17383
	τ_2	9	9.00460	0.00868	9.00339	**0.00131**	9.18858	2.09450
	β_0	0.01	0.10099	**0.52275**	0.05335	0.60382	-0.49351	6.18640
	β_1	0.1	0.04697	**0.14014**	0.07007	0.34928	0.29250	0.91032
	Δ_1	6	6.04429	**0.17668**	6.01978	0.35877	5.41424	8.31745
	Δ_2	-9	-8.99165	0.07535	-8.99007	**0.01185**	-8.61057	3.86616
Case 2	τ_1	4	3.98076	0.04389	3.99386	**0.00512**	4.34496	3.26636
	τ_2	9	9.00953	0.01277	9.00214	**0.00083**	9.31152	2.47122
	τ_3	15	14.99492	0.02231	14.99920	**0.00022**	15.04061	0.86089
	β_0	0.01	0.10949	0.55418	0.03632	**0.14047**	-0.44693	6.15814
	β_1	0.1	0.04712	0.14933	0.08487	**0.05065**	0.27289	0.86733
	Δ_1	6	6.04421	0.18742	6.01038	**0.05576**	5.43359	7.59340
	Δ_2	-9	-9.00922	0.09937	-8.99659	**0.00656**	-8.40534	8.18817
	Δ_3	5	5.02023	0.03608	5.00084	**0.00088**	4.79483	1.44058
Case 3	τ_1	4	3.98140	0.04359	3.99655	**0.00280**	4.31127	2.56927
	τ_2	9	9.00868	0.01230	9.00175	**0.00065**	9.29345	2.26231
	τ_3	15	14.98441	0.03567	14.99821	**0.00133**	15.20503	1.00308

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

	τ_4	20	19.98783	0.01694	19.99876	0.00059	20.02561	0.47436
	β_0	0.01	0.10399	0.52843	0.02103	0.06419	-0.41672	5.52581
	β_1	0.1	0.04981	0.13824	0.09355	0.01568	0.26531	0.78058
	Δ_1	6	6.04230	0.17930	6.00235	0.01994	5.42843	7.84085
	Δ_2	-9	-9.00947	0.09862	-8.99638	0.00470	-8.35165	12.22278
	Δ_3	5	5.00572	0.07988	4.99939	0.00186	5.06194	0.93014
	Δ_4	8	8.00021	0.12100	7.99588	0.00694	7.66677	4.96068

جدول رقم (12): نتائج تجربة المحاكاة لعينة(n=160) مشاهدة وبتكرار 1000 مرة وبتوزيع خطأ ملوث 85% يتبع $e_i \sim N(0,\ 0.01)$ و 15% يتبع $e_i \sim N(0, 3)$.

the Case	Parameter	True value	Muggeo (ML)		IRWm- (Tukey)		IRWs- (Tukey)	
			$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE	$\hat{\tau}, \hat{\beta}$	MSE
Case 1	τ_1	4	3.99153	0.01552	4.00008	0.00011	4.28955	3.08038
	τ_2	9	9.00066	0.00323	8.99991	0.00003	9.11544	1.31209
	β_0	0.01	0.03741	0.23833	0.00898	0.00231	-0.31680	3.36628
	β_1	0.1	0.08323	0.05354	0.10001	0.00044	0.23365	0.52632
	Δ_1	6	6.01392	0.06907	6.00062	0.00066	5.62739	4.32999
	Δ_2	-9	-8.99758	0.02628	-9.00066	0.00022	-8.76026	2.19587
Case 2	τ_1	4	3.99110	0.01536	3.99994	0.00012	4.24492	1.73568
	τ_2	9	9.00243	0.00489	9.00000	0.00004	9.29271	2.45454
	τ_3	15	14.99356	0.01063	14.99977	0.00009	15.02574	0.68362
	β_0	0.01	0.04242	0.23829	0.01243	0.01493	-0.36972	4.1466

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

								5
	β_1	0.1	0.08024	0.05341	0.09889	0.00158	-0.02174	70.00005
	Δ_1	6	6.01851	0.06906	6.00176	0.00184	5.77053	74.89327
	Δ_2	-9	-9.00876	0.03923	-9.00092	0.00034	-8.31105	22.23216
	Δ_3	5	5.00924	0.01838	5.00016	0.00015	4.66625	13.30165
Case 3	τ_1	4	3.99051	0.01523	4.00028	0.00011	4.24116	1.69674
	τ_2	9	9.00292	0.00495	8.99988	0.00004	9.23786	1.41620
	τ_3	15	14.98685	0.01509	14.99991	0.00013	15.18837	0.93475
	τ_4	20	19.99473	0.00670	19.99970	0.00005	20.04305	0.20962
	β_0	0.01	0.04215	0.24520	0.00833	0.00226	-0.37469	3.89691
	β_1	0.1	0.07974	0.05409	0.10027	0.00043	0.16470	8.69625
	Δ_1	6	6.01940	0.06952	6.00067	0.00065	5.57562	14.41061
	Δ_2	-9	-9.01193	0.03964	-9.00114	0.00035	-8.44368	7.81401
	Δ_3	5	5.00116	0.03670	5.00015	0.00034	5.06370	1.17011
	Δ_4	8	8.00973	0.04191	7.99935	0.00042	7.74924	2.67099

3-3تحليل النتائج:

بعد استعراض نتائج تجربة المحاكاة من خلال الجداول السابقة تم ملاحظة ما يأتي:

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

1- اظهرت نتائج التجربة في حالة افتراض عدم وجود تلوث (قيم شاذة) في البيانات أي في حالة أن الخطأ العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي $e_i \sim N(0, 1)$ في الجداول رقم (3),(2),(1) أن طريقة (MLE) لـ (Muggeo)كانت ذو افضلية واضحة في التقدير مقارنتا مع بقية الطرائق المطبقة حسب معيار (MSE) لجميع احجام العينة وفي الحالات الثلاثةلتعدد نقاط التغيير، وكلما كبر حجم العينة كانت ذو افضلية اقوى.

2- بينت نتائج التجربة في حالة افتراض وجود تلوث في البيانات بنسب (5%, 10%, 15%) في الجداول رقم (12),(11),(10),(9),(8),(7),(6),(5),(4) أن طريقة (Tukey) -IRWmقد حصلت على اقل قيمة (MSE) في معظم احجام العينات وفي الحالات الثلاثة لتعدد نقاط التغيير، وكانت ذو افضلية واضحة مقارنتا مع بقية الطرائق وبشكل اقوى كلما كبر حجم العينة كما موضح في الجدول رقم (12),(9),(6).

4- الاستنتاجات والتوصيات

4-1الاستنتاجات:

على ضوء ما تم التوصل اليه من النتائج من خلال تنفيذ تجربة المحاكاة لعملية المقارنة بين بعض طرائق التقدير لأنموذج الانحدار المقسم ذو نقاط تغيير متعددة تم استنتاج ما يأتي:

1- تفوق تقنية المعالجة الخطية لـ(Muggeo(MLE على حساب بقية الطرائق المطبقة في هذا البحث في حالة عدم تلوث البيانات بقيم شاذة ولجميع احجام العينة وجميع حالات تعدد نقاط التغيير المطبقة في التجربة.

2- تفوق طريقة الاوزان التكرارية باستخدام مقدر M الحصين (Tukey) -IRWm على حساب بقية الطرائق المطبقة في هذا البحث في حالة وجود تلوث البيانات بقيم شاذة بنسب (5%, 10%, 15%)لجميع احجام العينة وجميع حالات تعدد نقاط التغيير المطبقة في التجربة، وتفوقت بشكل افضل كلما كبر حجم العينة.

4-2التوصيات:

بالاعتماد على الاستنتاجات التي توصلنا اليها من النتائج العددية لدراسة المحاكاة يمكننا ذكر بعض التوصيات التي بالامكان الاخذ بها:

- استخدام تقنية المعالجة الخطية لـ Muggeo لتقدير معلمات انموذج الانحدار المقسم ذو نقاط تغيير متعددة في حالة وجود بيانات ذات خطأ عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي ولا تحتوي على نسب تلوث (قيم شاذة).
- يمكن الاعتماد على طريقة الاوزان التكرارية باستخدام مقدر M الحصين كطريقة حصينة لتقدير معلمات انموذج الانحدار المقسم ذو نقاط تغيير متعددة في حالة وجود بيانات ذات خطأ عشوائي ملوث أي تحتوي على قيم شاذة.

Funding

None

Acknowledgement

None

Conflicts of Interest

The author declares no conflict of interest.

EISSN: 3005-3625, PISSN: 2790-2560, DOI: http://doi.org/10.58564/EASJ/2.2.2023.3

References

Ali, O. A. (2020). Suggesting Multiphase Regression Model Estimation With Some Threshold Point. Journal of Mechanics of Continua And Mathematical Sciences, Vol.15, No.2.

Ali, O. A., & Abbas, M. A. (2019). New Robust Estimator Of Change Point In Segmented Regression Model For Bed-Load Of Rivers. Journal of Mechanics of Continua And Mathematical Sciences, Vol.14, No.6.

Ali, O. A., & Abbas, M. A. (2020). Proposing Robust IRWs Technique To Estimate Segmented Regression Model For the Bed Load Transport Of Tigris River With Change Point Of Water Discharge Amount at Baghdad City. Journal of Economics And Administrative Sciences, Vol.26, No.121.

Boudt, K., Caliskan, D., & Croux, C. (2011). Robust Explicit Estimators Of Weibull parameters. Metrika, 73.

Box, G. E., & Muller, M. E. (1958). A note On The Generation Of Random Normal Deviates. Ann. Math. Stat., 29.

Gallant, R., & Fulle, W. A. (1973). Fitting Segmented Polynomial Regression Models Whose Join Points have to be Estimated. Journal of the American Statistical Association, Vol. 68, No. 341.

Hudson, D. J. (1966). Fitting Segmented Curves Whose Join Points Have to be Estimated. Journal of the American Statistical Association, 61:316.

Lain, M. (2018). JoinpointRegrese. Univerzita Karlova. Matematicko-fyzikální fakulta, BAKALÁŘSKÁ PRÁCE.

Liu, J., Wu, S., & Zidek, J. V. (1997). On Segmented Multivariate Regression. Statistica Sinica, Vol 7.

Lu, K.-P., & Chang, S.-T. (2020). Robust algorithms for multiphase regression models. Applied Mathematical Modelling, Vol.77.

Muggeo, V. M. (2003). Estimating regression models with unknown breakpoints. Statistics in Medicine, 22.

Roslyakova, I. (2017). Modeling thermodynamical properties by segmented non-linear regression. Ruhr-University Bochum, Doctoral Thesis.

Salini, S., Cerioli, A., Laurini, F., & Riani, M. (2016). Reliable Robust Regression Diagnostics. International Statistical Review, 84(1).

Shi, S., Li, Y., & Wan, C. (2018). Robust continuous piecewise linear regression model with multiple change points. The Journal of Supercomputing.

Susanti, Y., Pratiwi, H., Sulistijowati, H. S., & Liana, T. (2014). M estimation, S estimation, and MM Estimation in Robust Regression. Int. J. Pure Appl. Math., Vol. 91 No. 3.

Yu, B., Barrett, M. J., Kim, H.-J., & Feuer, E. J. (2007). Estimating joinpoints in continuous time scale for multiple change-point models. Computational Statistics & Data Analysis51.

Zhang, F., & Li, Q. (2017). Robust bent line regression. Journal of Statistical Planning and Inference.